

ΤΜΗΜΑ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΠΕΡΙΒΑΛΛΟΝΤΟΣ

ΡΕΥΣΤΟΜΗΧΑΝΙΚΗ

ΟΜΑΔΑ Α

ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΜΕ ΑΝΟΙΚΤΑ ΒΙΒΛΙΑ

ΘΕΜΑ 1

2,5 Μονάδες

Σε μία περιγραφή κατά Lagrange, οι συντεταγμένες των σωματιδίων σε τυχόν χρονικό σημείο t δίνονται από τις σχέσεις:

$$x_1 = \xi_1 + \cos(t) - 1$$

$$x_2 = \xi_2 + 4 \sin^2(t)$$

$$x_3 = \xi_3$$

όπου ξ_1 , ξ_2 και ξ_3 είναι οι συντεταγμένες του ιδεατού σωματιδίου την χρονική στιγμή $t=0$.

Απαντήστε στις εξής ερωτήσεις:

- Η ροή η οποία αντιστοιχεί στην παραπάνω περιγραφή κατά Lagrange είναι μονοδιάστατη, δισδιάστατη ή τρισδιάστατη; Αιτιολογήστε σύντομα την απάντησή σας.
- Γράψτε την εξίσωση για τις τροχιές των σωματιδίων. (Σε αυτήν την εξίσωση δεν πρέπει να εμφανίζεται ο χρόνος). Κατά την γνώμη σας οι τροχιές έχουν τη μορφή ευθείας, κύκλου, έλλειψης, παραβολής, υπερβολής, ή έχουν άλλη μορφή; Αν να ποια;
- Γράψτε την εξίσωση για τις γραμμές ροής. Κατά την γνώμη σας οι γραμμές ροής έχουν τη μορφή ευθείας, κύκλου, έλλειψης, παραβολής, υπερβολής, ή έχουν άλλη μορφή;
- Η ροή είναι μόνιμη ή μη μόνιμη;

ΘΕΜΑ 2^ο

2,5 Μονάδες

Θέλουμε να μελετήσουμε την υδραυλική συμπεριφορά ενός φράγματος βαρύτητας με μήκος εκχειλιστή $L=20m$ και ύψος εκχειλιστή $L=20m$ με την βοήθεια εργαστηριακού ομοιώματος το οποίο θα κατασκευαστεί υπό κλίμακα $1:7,5$. Για την διαστασιολόγηση του ομοιώματος θα επιλεγεί ο νόμος διαστασιολόγησης Froude.

Απαντείστε στις εξής ερωτήσεις:

- A) Ποιο είναι το κριτήριο για την επιλογή ενός νόμου ομοιότητας Froude;
B) Ποιο πρέπει να είναι το μήκος του εκχειλιστή του εργαστηριακού ομοιότητας;
Γ) Αν ο χρόνος για την εκκένωση του φράγματος (πρωτότυπου) κατά 50% είναι 10 ώρες, πόσος θα είναι ο αντίστοιχος χρόνος για την εκκένωση του εργαστηριακού ομοιώματος (κατά 50%);
Δ) Αν η παροχή του εκχειλιστή του πρωτότυπου είναι $Q = 20 \text{ m}^3 / \text{s}$, ποια θα είναι η παροχή στο εργαστηριακό ομοίωμα; Αιτιολογείστε την απάντησή σας, παίρνοντας υπόψη σας και τις απαντήσεις σας στις ερωτήσεις B) και Γ)
Ε) Στην περίπτωση που αναφέραμε το εργαστηριακό ομοίωμα θα κατασκευαστεί σε πιο μικρό μέγεθος από το πρωτότυπο. Αναφέρατε μία περίπτωση κατά την οποία το εργαστηριακό ομοίωμα είναι μεγαλύτερο από το πρωτότυπο και εξηγήστε τους λόγους για τους οποίους γίνεται η επιλογή αυτή
Ζ) Εκτός από την πειραματική μελέτη με την κατασκευή εργαστηριακών ομοιωμάτων, ποιες άλλες μεθόδους γνωρίζετε για τη μελέτη ροών;

ΘΕΜΑ 3^ο

(1,0 μονάδα)

Έστω ένας αριθμός από δοχεία, διαφορετικού σχήματος, τα οποία περιέχουν το ίδιο ρευστό, πυκνότητας ρ .

Το ρευστό είναι ακίνητο, και η επιφάνεια του έρχεται σε επαφή με τον ατμοσφαιρικό αέρα.

Συμβολίζουμε με V τον όγκο του ρευστού στο δοχείο, με S την επιφάνεια του πυθμένα, με h την απόσταση του πυθμένα από την ελεύθερη επιφάνεια του ρευστού και με F την δύναμη η οποία ασκείται από το ρευστό στον πυθμένα του δοχείου.

Κατά την γνώμη σας ποια από τις παρακάτω προτάσεις είναι αληθής:

4α) Η δύναμη F εξαρτάται από τον όγκο του ρευστού V , από την επιφάνεια του πυθμένα S , αλλά όχι από την απόσταση h του πυθμένα από την ελεύθερη επιφάνεια του ρευστού

4β) Η δύναμη F εξαρτάται από τον όγκο του ρευστού V , από την απόσταση h του πυθμένα από την ελεύθερη επιφάνεια του ρευστού αλλά όχι από την επιφάνεια του πυθμένα S

4γ) Η δύναμη F εξαρτάται από την απόσταση h του πυθμένα από την ελεύθερη επιφάνεια του ρευστού από την επιφάνεια του πυθμένα S αλλά όχι από τον όγκο του ρευστού V

4δ) Η δύναμη F εξαρτάται αποκλειστικά και μόνο από τον όγκο του ρευστού V .

4ε) Η δύναμη F εξαρτάται αποκλειστικά κα μόνο από την απόσταση h του πυθμένα από την ελεύθερη επιφάνεια του ρευστού

4ζ) Η δύναμη F εξαρτάται αποκλειστικά κα μόνο από την επιφάνεια του πυθμένα S

4^η) Καμία από τις παραπάνω προτάσεις δεν είναι αληθής.

Αιτιολογείστε την απάντησή σας.

ΘΕΜΑ 4^ο

(3,00 μονάδες)

Έστω έρπουσα, μόνιμη ροή ενός νευτώνειου ρευστού ανάμεσα σε δύο παράλληλες πλάκες. Έστω h η απόσταση μεταξύ τους. Θεωρούμε ότι αυτή η απόσταση h είναι κατά πολύ μικρότερη τόσο από το πλάτος των πλακών B όσο και από το μήκος τους L . Θεωρούμε ότι η ανεξάρτητη μεταβλητή y είναι κάθετη στην επιφάνεια των δύο πλακών ενώ η ανεξάρτητη μεταβλητή x είναι παράλληλη στην διεύθυνση της ροής. Ονομάζουμε u την συνιστώσα της ταχύτητας η οποία είναι παράλληλη με τον άξονα των x , p το πεδίο της πίεσης και μ το δυναμικό ιξώδες.

Θεωρούμε καταρχάς τις παρακάτω δύο περιπτώσεις:

I) Και οι δύο πλάκες είναι ακίνητες ενώ υφίσταται διαφορά πίεσης ανάμεσα στις δύο πλάκες: δηλαδή η τιμή της πίεσης για $x=0$ είναι διαφορετική από την τιμή της πίεσης για $x=L$

Στην περίπτωση αυτή (περίπτωση I) το πεδίο ταχυτήτων προσδιορίζεται από την αναλυτική σχέση:

$$u(y) = -\frac{p(0) - p(L)}{2\mu L} y(h - y) \quad (4.1)$$

II) Δεν υφίσταται διαφορά πίεσης ανάμεσα στις δύο πλάκες. Η κάτω η πλάκα είναι ακίνητη, ενώ η πάνω πλάκα (της οποίας η επιφάνειάς εφάπτεται του νερού στο επίπεδο $y=h$) κινείται με σταθερή ταχύτητα U .

Στην περίπτωση (περίπτωση I) αυτή το πεδίο ταχυτήτων προσδιορίζεται από την αναλυτική σχέση:

$$u(y) = U \frac{y}{h} \quad (4.2)$$

Ερωτήσεις

4^α) Με βάση τα παραπάνω σχεδιάστε την κατανομή του πεδίου ταχυτήτων σε μία χαρακτηριστική τομή, τόσο για την περίπτωση I αλλά και για την περίπτωση II.

4^β)

- Με ποιο πρακτική πρόβλημα, το οποίο εμπίπτει στην επιστήμη του Μηχανικού Περιβάλλοντος σχετίζεται η περίπτωση I;
- Με βάση την εξίσωση (4.1) και έναν κατάλληλο ορισμό της παροχής υπολογίστε την παροχή ανάμεσα στις δύο πλάκες. Εξηγήστε την διαδικασία υπολογισμού.
- Εξηγήστε σύμφωνα με τα παραπάνω γιατί για την περίπτωση έρπουσας ροής ανάμεσα σε δύο πλάκες αναφέρεται στην διεθνή βιβλιογραφία ότι ισχύει ο «κυβικός νόμος»

4γ) Έστω η περίπτωση III η οποία αποτελεί συνδυασμό των περιπτώσεων I και II: Κατά την περίπτωση αυτή υφίσταται τόσο διαφορά πίεσης ανάμεσα στις δύο άκρες της πλάκας αλλά και η απάνω πλάκα κινείται με ταχύτητα U .

- Παίρνοντας υπόψη σας τις εξισώσεις I και II γράψτε την αναλυτική λύση για την περίπτωση III
- Ποια μαθηματική αρχή επιτρέπει τον εύκολο υπολογισμό του πεδίου ταχυτήτων για την παραπάνω περίπτωση; Για ποιες κατηγορίες εξισώσεων μπορεί να χρησιμοποιηθεί η αρχή αυτή; Όσο αφορά τις εξισώσεις Navier-Stokes η παράληψη ποιών όρων επιτρέπει την χρήση της αρχής αυτής;

5^η Άσκηση

(1,0 Μονάδα)

Περιγράψτε σύντομα (λίγες προτάσεις + σκαρίφημα-σκαρίφημα=πρόχειρο σχέδιο, σκιτσάκι) ένα πρόβλημα της Ρευστομηχανικής, το οποίο είχε παρουσιαστεί στις παραδόσεις και αναφέρεται στο βιβλίο του κ. Κωτσοβίνου, για το οποίο οι αδρανειακοί όροι δεν μπορούν να θεωρηθούν αμελητέοι και για το οποίο είναι δυνατόν να βρεθεί η αναλυτική λύση .

Η ΣΑΦΗΝΕΙΑ ΚΑΙ ΣΥΝΤΟΜΙΑ ΤΩΝ ΑΠΑΝΤΗΣΕΩΝ ΘΑ ΣΥΝΕΚΤΙΜΗΘΟΥΝ
ΚΑΤΑ ΤΗΝ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗ ΤΩΝ ΓΡΑΠΤΩΝ